

## Datastructuren (INFODS) 2 september 2005

### Opgave 1 (1,5 punt)

Bewijs:  $4n^2 + n\sqrt{n} - 3n \log n$  is  $\Theta(n^2)$ .

### Opgave 2 (2 punten)

Gegeven is een AVL-boom  $T$  met integer keys in de  $n$  interne knopen. Geef een efficiënt algoritme *Bereik()* dat de waarde  $MAX\{j - i \mid i, j \in N(T)\}$  rapporteert, waarbij  $N(T)$  de verzameling keys in  $T$  is. Licht je algoritme toe. Analyseer de looptijd van je algoritme.

### Opgave 3 (2 punten)

Gegeven zijn een Dequeue  $A$  met  $n$  verschillende positieve integers en een Dequeue  $B$  met  $n$  verschillende positieve integers. De elementen van  $A$  zitten stijgend in  $A$ , en de elementen van  $B$  zitten stijgend in  $B$ . We noemen een paar bestaand uit een element van  $A$  en een element van  $B$  een A-paar als het element uit  $A$  kleiner is dan het element uit  $B$ , en een B-paar als het element uit  $B$  kleiner is dan het element uit  $A$ . Geef een zo efficiënt mogelijk algoritme *MeerAParen(A,B)* dat *true* oplevert als er meer A-paren dan B-paren zijn, en *false* in alle andere gevallen. De Dequeues  $A = (2, 19, 21, 28, 29, 33)$  en  $B = (4, 18, 21, 72, 73, 81)$  bevatten 22 A-paren en 13 B-paren waardoor *MeerAParen(A,B)* in dit geval *true* zal opleveren.

Maak voor je algoritme slechts gebruik van de standaardoperaties (ofwel methods):

- `insertFirst(e)`, `insertLast(e)`, `removeFirst()`, `removeLast()`, `first()`, `last()`, `size()`, `isEmpty()`, waarbij  $e$  een nieuw (positief integer) element is.

Licht je algoritme toe. Analyseer de looptijd van je algoritme als je weet dat alle standaardoperaties  $O(1)$  tijd kosten.

### Opgave 4 (2 punten)

Gegeven is een nette (proper) binaire boom  $T$  met integer elementwaarden in alle  $n$  interne knopen. Geef een zo efficiënt mogelijk algoritme *DiepteWaarde(T)* dat *true* oplevert als  $T$  een knoop bevat waarvan de diepte gelijk is aan de elementwaarde, en *false* in alle andere gevallen. Licht je algoritme toe. Analyseer de looptijd van je algoritme.

### Opgave 5 (1.5 punt)

Bepaal het asymptotisch groeigedrag van  $T(n)$  gegeven door de recurrenente betrekking:

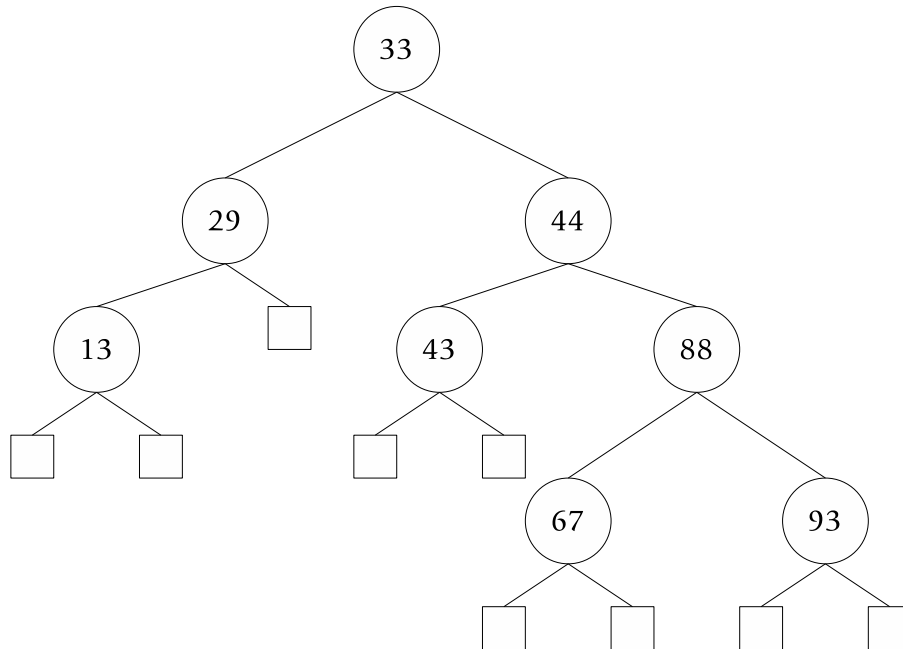
$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{3}\right) + n \log^2 n \text{ voor } n > 1, \text{ en}$$

$$T(1) = 3$$

### Opgave 6

(1 punt)

Gegeven is de afgebeelde AVL-boom  $T$ .



- Geef de AVL-boom  $T_a$  die ontstaat uit  $T$  door verwijdering van de key 33.
- Geef de AVL-boom  $T_b$  die ontstaat uit  $T$  door toevoeging van de key 2.