

Toets II WISB321, 7 oktober 2015

1. (3 pt) Modulo welke priemgetallen $p \neq 2, 7$ is 7 een kwadraatrest?
2. (a) (1 pt) Zij p een priemgetal van de vorm $p = 2q + 1$ met q priem. Stel $a \in \mathbb{Z}$ en $a \not\equiv 0, \pm 1 \pmod{p}$. Bewijs dat a een primitieve wortel modulo p is, dan en slechts dan als a een niet-kwadraatrest modulo p is.
(b) (1 pt) Bepaal een primitieve wortel modulo 47.
3. (2 pt) Zij $N \in \mathbb{N}$ en $a \in \mathbb{Z}$ met $\text{ggd}(a, N) = 1$. Stel $k \in \mathbb{N}$. Zij d de orde van a modulo N . Bewijs dat de orde van a^k modulo N gelijk is aan $d/\text{ggd}(d, k)$.
4. Zij V de verzameling getallen $n \in \mathbb{N}$ met $\text{ggd}(n, 10) = 1$ zó dat de decimale ontwikkeling van $1/n$ kleinste periode 6 heeft.
(a) (1 pt) Geef minstens 3 getallen in V .
(b) (2 pt) Bepaal het aantal elementen in V .

Je mag bij deze onderdelen gebruik maken van de ontbinding
 $10^6 - 1 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$.