

Tentamen Infinitesimaalrekening A

7 november 2017, 9.00 – 12.00 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier en vul op elk blad dat je inlevert je voor- en achternaam en studentnummer in.
- Zet op het eerste blad in welke werkcollegegroep je zit.

- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe je aan dat antwoord komt.
- Je mag de opgaven in willekeurige volgorde maken. Je hoeft alleen de eerste zeven opgaven te maken, deze tellen elk voor tien punten, behalve opgave 4, die voor 15 punten telt. Het tentamencijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 7,5. Met de achtste opgave (bonusopgave) kun je maximaal tien punten extra verdienen, met dien verstande dat het tentamencijfer nooit hoger dan 10 kan zijn.
- Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten of andere electronica gebruikt worden, en ook geen boeken, dictaten of eigen aantekeningen. Smartphones moeten uitgezet worden.
- *Veel succes!*

Opgave 1. (a) Bepaal de tweede-orde Taylorveelterm van $f(x) = \log(\cos x)$ in het steunpunt 0 en bepaal hiermee een benadering van $f(\frac{1}{2})$. Hierin is log de natuurlijke logaritme.

(b) Toon aan dat de fout in je benadering van $f(\frac{1}{2})$ in absolute waarde kleiner is dan $\frac{1}{25}$. Hint: $\frac{1}{2} < \frac{\pi}{6}$.

Opgave 2. Bepaal alle complexe getallen z die voldoen aan $4z = z^2(1-i) + 19 + 9i$. Geef de getallen in de vorm $a + bi$ waarbij a en b rationale getallen zijn.

Opgave 3. Bepaal alle tweemaal differentieerbare reële functies $y(x)$ zodat $y'' + 4y' + 13y = 40 \cos x$ voor alle x .

Z.O.Z!!!!

Opgave 4 (a) (7 punten) Bereken $\int_0^1 \sin(\pi \sqrt{x}) dx$.

(b) (8 punten) Primitiveer voor $0 < x < 1$ de functie $f(x) = \frac{1}{x^3 - x^2}$. Controleer je antwoord door differentiëren.

Opgave 5.

(a) Bepaal $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \sin x}{x^2 \log(1 + x)}$

(b) Bestaat $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x]}{x}$? Als de limiet bestaat, toon precies aan waarom hij bestaat en bepaal de waarde. Als de limiet niet bestaat, leg uit waarom niet. Hierin is $[x]$ de 'floor' functie van x .

Opgave 6. We bekijken $f(x) = x^x$ op het domein $[\frac{1}{2}, \infty)$.

(a) Toon aan dat f een inverse heeft, noem deze g . Bepaal het domein van g .

(b) Bepaal de lineaire benadering van g in het steunpunt 4.

Opgave 7. Bepaal een differentieerbare functie $y(x)$ gedefinieerd op $(0, \infty)$, waarvoor geldt

$$y' - \frac{y}{2x} = x \text{ voor alle } x > 0 \text{ en } y(1) = 1.$$

Bonusopgave. Opgave 8.

$$\text{Bereken } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{2n^2 - k^2}.$$

(Als dit niet lukt, kun je dan een schatting vinden, d.w.z. twee getallen waartussen deze limiet zeker ligt? Hiervoor maximaal 2 punten)

Vergeet niet om thuis de digitale evaluatie in te vullen, alvast hartelijk dank!