

**Instructies:** Schrijf uw naam en studentnummer op elk blad. Schrijf leesbaar. Lees voor u begint alle vragen even door. Grafische rekenmachines zijn niet toegestaan. Ook mag u geen eigen formuleblad hebben; formules en data worden in de opgaven of aan het einde gegeven.

### 1. Wetten van Kepler

- Geef een korte beschrijving in woorden van de wetten van Kepler en teken een relevant figuur voor elk van de eerste beide wetten. Wat is de fysische reden voor de 2<sup>e</sup> wet (leg uit)?
- De Saturnus-maan Mimas heeft een bijna cirkelvormige baan met straal  $R_M = 1.85 \times 10^5$  km en periode  $P_M = 0.94 d$ . Bereken hieruit de massa van Saturnus (in kg en in  $M_\oplus$ ); leg uit.
- De ringen van Saturnus bevatten enkele lege tussenruimtes, waaronder de Huygens-tussenruimte met straal  $R_H$ . Een deeltje in een cirkelbaan met straal  $R_H$  heeft periode  $P_H = 0.47 d$ . Echter, zulke deeltjes ontbreken dus op die afstand. Wat is de reden? Hint: Zie b).
- Bepaal  $R_H$ . Op welke andere afstanden verwacht u zulke lege tussenruimtes? Kent u een analoge situatie elders in ons Zonnestelsel?

### 2. Zwart lichaam

De specifieke intensiteit (gemiddeld over alle richtingen) van een zwart lichaam wordt gegeven door de Planck-functie

$$I(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

- Wat zijn de SI-eenheden van  $I(\nu)$ ? Leg uit. Definieer  $x \equiv h\nu/kT$  en  $f(x)dx \equiv I(\nu)d\nu$ . Laat zien dat  $f(x) = b \frac{x^3}{e^x - 1}$  en vind de constante  $b$ .
- Schets de grafiek van  $f(x)$ ; leg uit. Wat kunt u op basis van  $f(x)$  zeggen over de Planck-kromme bij verschillende waarden van  $T$ ? Welke stralingswet wordt hierdoor beschreven?
- Waarom is een ster ongeveer een zwart lichaam? Wat volgt hieruit voor de lichtkracht  $L$  van een ster met straal  $R$  en oppervlaktetemperatuur  $T$ ? Leg uit. Geef een schatting van  $L_\odot$ .
- Leid de Rayleigh-Jeans-benadering voor  $I(\nu)$  af, d.w.z. voor  $h\nu \ll kT$ . Laat zien dat voor een ster met exoplaneet  $P$  in die benadering geldt:  $I_P/I_* \approx T_P/T_*$ , onafhankelijk van  $\nu$ . Wat volgt hieruit voor de verhouding van hun lichtkrachten? Leg uit.

### 3. Hertzsprung-Russell-diagram

- Welke grootheden worden in het HR-diagram tegen elkaar uitgezet? Geef twee opties voor elke as. Schets een HR-diagram (inclusief schalen langs assen) met daarin de hoofdreeks, onze Zon, Cepheïden, en witte dwergen. Geef ook lijnen van constante straal aan (leg uit).
- Leg uit wat *spectroscopische parallax* is wat dit met het HR-diagram te maken heeft. Noem twee oorzaken waarom spectroscopische parallax niet bijzonder nauwkeurig is.
- Een ster heeft spectraaltype O3V. Beschrijf wat voor soort ster dit is en plaats haar in uw HR-diagram van deelvraag a. Wat volgt uit de V in O3V?
- In de volgende tabel staan gegevens voor twee sterren

Ster	V	B - V	$M_V$	T (K)	Sp.kl.	BC
Antares	0.9	1.8	-5.3	3400	M1 I	-1.3
Gl 436	10.7	1.5	10.6	3320	M2 V	-2.2

Hoeveel groter is de straal van Antares dan die van Gl 436?

Er zijn nog twee opgaven op de keerzijde →

#### 4. Sterstructuur

- a) Één van de sterstuctuurvergelijkingen is  $\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \epsilon(r)$ . Geef de betekenis van de symbolen in deze vergelijking en leid haar af. Schets het verloop van  $L(r)$  in de Zon (leg uit).
- b) Beschouw een ster met constante lichtkracht  $L$  als een samentrekkende homogene gasbol, maar zonder kernfusie. De straal is nu  $R$ . Geef een formule voor hoe lang de ster dit heeft kunnen doen (leg uit). Hoe noemt men deze tijdschaal? Schat deze tijdschaal voor de Zon.
- c) In de Zon vindt kernfusie via de  $pp$ -cyclus plaats. Het resultaat van één volledige reactie is  $4p \rightarrow \alpha$  (we laten  $e^+$ , etc. weg). Hoeveel energie komt bij één zo'n reactie vrij (in J en eV)? Schat de Coulomb-barrière voor  $pp$ -fusie en ook de typische thermische energie in de kern van de Zon en vergelijk. Wat is het probleem en wat is de oplossing van deze puzzel?
- d) Schat het aantal protonen in de Zon en bereken daaruit de (maximale) totale fusie-energie. (Indien u geen antwoord op c) had neem dan aan dat de energie per reactie 1 pJ is). Hoe lang kan de Zon dit volhouden? Vergelijk met uw antwoord op de laatste vraag in b).

#### 5. Kosmologie – U hoeft slechts vier van de vijf deelvragen te beantwoorden

- a) Noem en beschrijf kort drie redenen waarom het *Hot Big Bang*-model redelijk is.
- b) Wat is het Kosmologisch Principe? Hoe volgt hieruit de schaalwet  $r(t) = a(t)r_0$ ?
- c) Wat is het Equivalentieprincipe? Beschrijf kort een *Gedankenexperiment* waaruit volgt dat een lichtstraal door een zwaartekrachtsveld wordt afgebogen.
- d) Geef de definitie van kosmologische roodverschuiving  $z$  in termen van golflengte. Druk  $z$  uit in de schaalfactor  $a$  zoals die was op 't moment van emissie.
- e) Gebruik de schaalwet uit b) en behoud van energie om de Newtoniaanse versie van de Friedmann-vergelijking, nl.  $H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} + \frac{2k}{r_0^2 a^2}$ , af te leiden. Benoem  $H$  en druk  $H$  uit in  $a$ .

#### Formules

Derde wet van Kepler:  $a^3 \omega^2 = GM$

Afstandsmodulus:  $M - m = 5 - 5 \log d$  met  $d$  in pc

Absolute bolometrische magnitude en lichtkracht:  $M_{\text{bol}} = 4.74 - 2.5 \log L/L_{\odot}$

Bolometrische correctie:  $BC = m_{\text{bol}} - m_V = M_{\text{bol}} - M_V$

#### Data

$c = 3.0 \times 10^8$  m/s,  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C,  $G = 6.7 \times 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>,  $\hbar = 1.1 \times 10^{-34}$  J s  
 $k = 1.4 \times 10^{-23}$  J/K,  $\sigma_{\text{SB}} = 5.7 \times 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>/K<sup>4</sup>

Coulomb-constante  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>

Afmeting van een atoom  $\approx 10^{-10}$  m, afmeting van een atoomkern  $\approx 10^{-15}$  m  
 $m_e = 9.1095 \times 10^{-31}$  kg,  $m_p = 1.6726 \times 10^{-27}$  kg,  $m_{\alpha} = 6.6447 \times 10^{-27}$  kg

$M_{\odot} = 2.0 \times 10^{30}$  kg,  $R_{\odot} = 7.0 \times 10^5$  km,  $T_{\odot} = 5780$  K (opp.) en  $1.5 \times 10^7$  K (centrum)

$M_{\oplus} = 6.0 \times 10^{24}$  kg,  $R_{\oplus} = 6.4 \times 10^3$  km, siderische dag =  $23^h 56^m$

1 AU =  $1.5 \times 10^8$  km, 1 ly =  $9.5 \times 10^{12}$  km, 1 pc =  $3.1 \times 10^{13}$  km

Hubble-constante  $H_0 = 67 \pm 1$  km/s/Mpc