

Differentiaalvergelijkingen B (WISB231) 6 juli 2001

Opgave 1

(25 punten)

Bepaal de oplossing van het volgende beginwaardeprobleem

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 3y = e^{3x},$$

met $y(0) = 3$, $\frac{dy}{dx}(0) = \frac{11}{2}$.

Opgave 2

(25 punten)

Beschouw de Kepler vergelijking

$$\ddot{q} = -V'(q), \quad V(q) = \frac{1}{q^2} - \frac{1}{q}, \quad q > 0.$$

Teken het faseplaatje, d.w.z. teken de banen in het (q, \dot{q}) -halfvlak. Zet ook pijltjes.

Opgave 3

(25 punten)

Bepaal

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} \tag{1}$$

door als volgt te werk te gaan. Beschouw de functie $y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{2n}}{(2n)!}$, bereken $\frac{dy}{dt}$ en $\frac{d^2y}{dt^2}$, en leid een tweede orde lineaire differentiaalvergelijking af waar y aan voldoet. Los deze op.

Opgave 4

(25 punten)

Voor $\omega > 0$, beschouw het volgende randwaardeprobleem.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \omega^2 y = \sin x, \tag{2}$$

met $y(0) = y(\pi/2) = 0$. Ga na voor welke ω het homogene randwaardeprobleem alleen de nuloplossing toelaat. Bepaal de oplossing van het randwaardeprobleem (2) voor $\omega = 1$.