

Hertentamen Differentiaalvergelijkingen (WISB231), 23 augustus 2010,
14:00-17:00 uur

Dit hertentamen bestaat uit vier opgaven. Het is bij dit hertentamen niet toegestaan om een boek, aantekeningen of een grafische rekenmachine te gebruiken. Vergeet niet op elk ingeleverd vel uw naam en studentnummer te zetten. Motiveer uw antwoorden. Succes!

Opgave 1 [25pt] Kan de functie

$$y(t) = \begin{pmatrix} \sin t \\ \sin t \cos t \end{pmatrix}$$

de oplossing zijn van een stelsel differentiaalvergelijkingen $\dot{y} = f(y)$, $y \in \mathbb{R}^2$, waarin f continu differentieerbaar is?

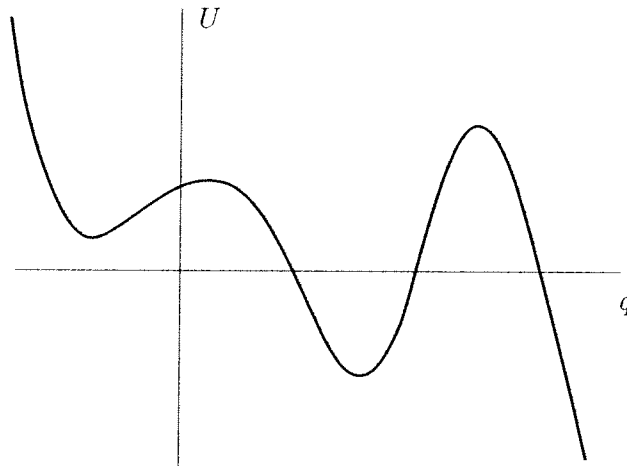
Hint: Teken de baan die bij de functie $y(t)$ hoort.

Opgave 2 [25pt] Bereken e^{xA} voor $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -4 & -3 \end{pmatrix}$.

Opgave 3 [25pt] Schets het faseplaatje van het mechanisch stelsel

$$\begin{cases} \dot{q} = v, \\ \dot{v} = -U'(q), \end{cases}$$

waarbij de potentiële energie $U(q)$ de volgende grafiek heeft:



Neem aan dat U tweemaal continu differentieerbaar is met $U''(q) \neq 0$ in alle kritieke punten.

Hint: Let op kritieke waarden van U .

Opgave 4 [25pt] Beschouw het volgende inhomogene randwaardeprobleem op $[1, 2]$:

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = e^{\cos x}, \quad y(1) = y(2) = 1.$$

Bewijs dat dit probleem precies één oplossing heeft.

Hint: $x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$ is een differentiaalvergelijking van Euler.